

Рабочая программа дисциплины: разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО 3++) по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика, утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РФ от 10 января 2018 года № 11 на основании учебного плана, принятого УС ДПИ НГТУ

протокол от 05.06.2024 № 10

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры-разработчика РПД Автоматизация, энергетика, математика и информационные системы
протокол от 10.06.2024 № 7

Зав. кафедрой к.т.н, доцент

_____ Л.Ю. Вадова
(подпись)

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий выпускающей кафедрой Автоматизация, энергетика, математика и информационные системы
к.т.н, доцент

_____ Л.Ю. Вадова
(подпись)

Начальник ОУМБО

_____ И.В. Старикова
(подпись)

Рабочая программа зарегистрирована в ОУМБО: 01.03.04 - 12

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели и задачи освоения дисциплины	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)	4
4. Структура и содержание дисциплины.....	7
5. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины.....	16
6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	23
7. Информационное обеспечение дисциплины.....	24
8. Образовательные ресурсы для инвалидов и лиц с ОВЗ.....	26
9. Материально-техническое обеспечение, необходимое для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	26
10. Методические рекомендации обучающимся по освоению дисциплины.....	27
11. Оценочные средства для контроля освоения дисциплины.....	29

1 ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины:

- получение систематических знаний, представлений, умений и навыков, необходимых для проведения математических расчётов;
- создание необходимой базы знаний для последующего изучения и усвоения других дисциплин естественно-научного цикла;

Задачи освоения дисциплины (модуля):

- знание основных понятий и инструментов математического анализа: теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных, теории рядов;
- применение методов математического анализа для решения задач инженерной практики;

2 МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Учебная дисциплина Математический анализ включена в обязательный перечень дисциплин обязательной части образовательной программы вне зависимости от ее направленности (профиля). Дисциплина реализуется в соответствии с требованиями ФГОС, ОП ВО и УП, по данному направлению подготовки.

Дисциплина базируется на следующих дисциплинах: Геометрия и Алгебра (школьный курс).

Дисциплина Математический анализ является основополагающей для изучения следующих дисциплин: Теория функций комплексного переменного, Операционное исчисление, Дифференциальные уравнения, Методы оптимизации, Численные методы, Уравнения математической физики, Математическое моделирование.

Рабочая программа дисциплины «Математический анализ» для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся, по их личному заявлению.

3 КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Таблица 1 – Формирование компетенции **ОПК-1** дисциплинами

Наименование дисциплин, формирующих компетенцию совместно	Семестры формирования компетенций дисциплинами							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Код компетенции ОПК-1								
Линейная алгебра и аналитическая геометрия								
Математический анализ								
Физика								
Дифференциальные уравнения								
Операционное исчисление								
Теория функций комплексного переменного								
Классическая механика								
Уравнения математической физики								
Теория управления								

Выполнение и защита выпускной квалификационной работы									
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--

ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОП

Таблица 2

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине			Оценочные средства	
					Текущего контроля	Промежуточной аттестации
ОПК-1. Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ИОПК-1.2. Применяет методы математического анализа при решении задач инженерной практики	Знать: основные понятия и теоремы математического анализа, язык предметной области, приложения математического анализа в других дисциплинах естественного содержания	Уметь: решать задачи математического анализа, используя его основные понятия; уметь применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественного содержания	Владеть: навыками формализации прикладных задач и их решению на базе понятий математического анализа.	Контрольные работы в течение каждого семестра. Расчетно-графическая работа в каждом семестре	Экзамен в каждом семестре. Вопросы для устного собеседования и решения практических задач: билеты (20 билетов)

4 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 20 зач.ед./720 часов, распределение часов по видам работ семестрам представлено в табл. 3 и 4.

Формат изучения дисциплины: с использованием элементов электронного обучения.

Таблица 3

**Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам
Для очной формы обучения**

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры		
		1	2	3
1. Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего), в том числе:	367	139	122	106
1.1. Аудиторные занятия (всего), в том числе:	357	136	119	102
- лекции (Л)	187	68	68	51
- лабораторные работы (ЛР)				
- практические занятия (ПЗ)	170	68	51	51
- практикумы (П)				
1.2. Внеаудиторные занятия (всего), в том числе:	10	3	3	4
- групповые консультации по дисциплине	4	1	1	2
- групповые консультации по промежуточной аттестации (экзамены)	6	2	2	2
2. Самостоятельная работа студента (СРС) (всего)	218	86	76	56
Вид промежуточной аттестации экзамены	135	36	45	54
Общая трудоёмкость, часы/зачетные единицы	720/20	261/ 7,25	243/ 6,75	216/6

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Таблица 4.1 - Содержание дисциплины, структурированное по темам, для обучающихся очной формы обучения

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: ОПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках практической подготовки (трудоемкость в часах)	Наименование разработанного электронного курса (трудоемкость в часах)
		Контактная работа			Самостоятельная работа обучающихся (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
1 семестр									
ОПК-1, ИОПК-1.1.	Раздел 1 Вещественные числа								
	Тема 1.1 Рациональные числа	2	-	1	3	Подготовка к лекциям 6.1.1: С: 9 – 39, выполнение домашних заданий 6.2.1: С: 7 – 26;	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски		
	Тема 1.2 точные грани числовых множеств	4	-	2	4				
	Тема 1.3 Метод математической индукции. Суммирование. Бином Ньютона.	2	-	7	4				
	Итого по разделу 1	8		10	11				
	Раздел 2 Предел последовательности								
	Тема 2.1 Определение предела последовательности. Свойства сходящейся последовательности.	2		2	3	Подготовка к лекциям 6.1.1: С: 40 – 68, выполнение домашних заданий 6.2.1: С: 28 – 34;	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски		
	Тема 2.2 Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Арифметические операции над сходящимися последовательностями.	4		4	4				
	Тема 2.3 Предел монотонной последовательности	4		2	4				
	Тема 2.4 Подпоследовательности. Частичные пределы	2		2	4				
Тема 2.5 Критерий Коши сходимости	2		2	4					

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: ОПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках практической подготовки (трудоемкость в часах)	Наименование разработанного электронного курса (трудоемкость в часах)
		Контактная работа			Самостоятельная работа обучающихся (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
последовательности.									
Итого по разделу 2		14		12	19				
Раздел 3 Предел и непрерывность функции									
Тема 3.1 Числовые функции		4		2	4	Подготовка к лекциям 6.1.1: С: 69– 138, выполнение домашних заданий 6.2.1: С. 35 – 42;	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски		
Тема 3.2 Предел функции		2		2	4				
Тема 3.3 Непрерывность функции. Непрерывность элементарных функций.		2		2	4				
Тема 3.4 Вычисление пределов функций. Замечательные пределы. Сравнение функций		6		8	4				
Итого по разделу 3		14		14	16				
Раздел 4 Производная и ее приложения									
Тема 4.1 Производная и дифференциал		2		2	2	Подготовка к лекциям 6.1.1: С: 139 – 192, выполнение домашних заданий 6.2.1: С. 45 – 110;	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски		
Тема 4.2 Правила дифференцирования		2		4	4				
Тема 4.3 Производные и дифференциалы высших порядков.		2		2	2				
Тема 4.4 Основные теоремы о дифференцируемых функций.		4		2	4				
Тема 4.5 Формула Тейлора.		2		2	4				
Тема 4.6 Правило Лопиталя.		2		2	4				
Тема 4.7 Исследование функций с помощью		4		4	4				

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: ОПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках практической подготовки (трудоемкость в часах)	Наименование разработанного электронного курса (трудоемкость в часах)
		Контактная работа			Самостоятельная работа обучающихся (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
	производных.								
	Итого по разделу 4	18		18	24				
	Раздел 5 Неопределенный интеграл								
	Тема 5.1 Определение и свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования	2		4	3	Подготовка к лекциям 6.1.1: С: 305 – 334, выполнение домашних заданий 6.2.1: С: 121 – 135;	Разбор решения конкретных примеров с помощью презентации и у доски		
	Тема 5.2 Комплексные числа	2		2	3				
	Тема 5.3 Разложение рациональной функции на простые дроби	4		2	4				
	Тема 5.4 Интегрирование рациональных, иррациональных, тригонометрических и гиперболических функций.	6		6	6				
	Итого по разделу 5	14		14	16				
	Итого по 1 семестру	68		68	86				
	2 семестр								
	Раздел 6 Определенный интеграл								
	Тема 6.1 Определение и условие существования определенного интеграла.	2		1	3	Подготовка к лекциям 6.1.1: С: 348 – 392, выполнение домашних заданий 6.2.1: С: 121 – 152;			
	Тема 6.2 Свойства определенного интеграла	4		1	3				
	Тема 6.3 Интеграл с переменным верхним пределом. Вычисление определенных интегралов.	4		4	4		Разбор решения		

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: ОПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках практической подготовки (трудоемкость в часах)	Наименование разработанного электронного курса (трудоемкость в часах)
		Контактная работа			Самостоятельная работа обучающихся (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
							конкретных примеров с помощью презентации и у доски		
	Тема 6.4 Приложения определенного интеграла.	2		3	4				
	Тема 6.5 Несобственные интегралы	2		2	3				
	Итого по разделу 6	14		11	17				
	Раздел 7 Функции многих переменных								
	Тема 7.1 Пространство R^n	4		1	2	Подготовка к лекциям 6.1.1: С: 247 – 304, выполнение домашних заданий 6.2.1: С: 193 – 211;	Разбор решения конкретных примеров у доски и представление презентации		
	Тема 7.2 Предел функции многих переменных	2		2	2				
	Тема 7.3 Дифференцируемость функций многих переменных	2		2	2				
	Тема 7.4 Частные производные и дифференциалы высших порядков	2		2	3				
	Тема 7.5 Неявные функции	2		1	2				
	Тема 7.6 Замена переменных	2		2	2				
	Итого по разделу 7	14		10	13				
	Раздел 8 Экстремумы функций многих переменных								
	Тема 8.1 Формула Тейлора для функций многих переменных	2		2	2	Подготовка к лекциям 6.1.1: С: 598 – 614, выполнение домашних заданий 6.2.1: С: 212 – 218;			

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: ОПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках практической подготовки (трудоемкость в часах)	Наименование разработанного электронного курса (трудоемкость в часах)
		Контактная работа			Самостоятельная работа обучающихся (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
Тема 8.2 Экстремумы функций многих переменных	2		2	4		Разбор решения конкретных примеров у доски			
Тема 8.3 Условный экстремум	2		2	3					
Итого по разделу 8	6		6	9					
Раздел 9 Числовые ряды									
Тема 9.1 Определение и свойства сходящихся рядов	2		1	3	Подготовка к лекциям 6.1.1: С:418– 443, выполнение домашних заданий 6.2.1: С. 179 – 182;	Разбор решения конкретных примеров у доски			
Тема 9.2 Ряды с неотрицательными членами	2		3	3					
Тема 9.3 Абсолютно и условно сходящиеся ряды	4		2	4					
Итого по разделу 9	8		6	10					
Раздел 10 Функциональные ряды									
Тема 10.1 Равномерная сходимости функциональных последовательностей и рядов	4		2	2	Подготовка к лекциям 6.1.1: С: 444 – 484, выполнение домашних заданий 6.2.1: С. 183 – 192;	Разбор решения конкретных примеров у доски			
Тема 10.2 Степенные ряды	2		2	2					
Тема 10.3 Ряд Тейлора	2		2	2					
Итого по разделу 10	8		6	6					
Раздел 11 Ряды Фурье									
Тема 11.1 Ортогональные системы функций. Ряды	2		1	2	Подготовка к лекциям	Разбор			

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: ОПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование тем	Виды учебной работы				Вид СРС	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий	Реализация в рамках практической подготовки (трудоемкость в часах)	Наименование разработанного электронного курса (трудоемкость в часах)
		Контактная работа			Самостоятельная работа обучающихся (СРС), час				
		Лекции, час	Лабораторные работы, час	Практические занятия, час					
	Фурье по ортогональным системам					6.1.1: С: 615 – 645, выполнение домашних заданий 6.2.1: С. 294 – 300;	решения конкретных примеров у доски и представление презентаций		
	Тема 11.2 Лемма Римана	2		1	2				
	Тема 11.3 Формула для частичных сумм тригонометрического ряда Фурье	2		1	3				
	Тема 11.4 Сходимость Ряд Фурье в точке	2		1	2				
	Тема 11.5 Равномерная сходимость ряда Фурье	2		2	3				
	Тема 11.6 Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье	2		2	2				
	Тема 11.7 Ряд Фурье в комплексной форме	2		2	3				
	Тема 11.8 Суммирование ряда Фурье методом средних арифметических	2		1	2				
	Тема 11.9 Сходимость ряда Фурье в смысле среднего арифметического	2		1	2				
	Итого по разделу 11	18		12	21				
	Итого по 2 семестру	68		51	76				

3 семестр									
Раздел 12 Кратные интегралы									
Тема 12.1	Мера Жордана в R^n	4		1	2				
Тема 12.2	Определение и свойства кратного интеграла Римана	2		2	2				
Тема 12.3	Сведение кратных интегралов к повторным	4		5	6	домашних заданий 6.2.1: С. 228 – 251;	Разбор решения конкретных примеров у доски и представле ние презен- таций		
Тема 12.4	Формула замены переменных в кратном интеграле	2		6	2				
Тема 12.5	Несобственные кратные интегралы	2		2	2				
Итого по разделу 12		14		16	14				
Раздел 13 Криволинейные и поверхностные интегралы									
Тема 13.1	Криволинейные интегралы	4		4	3	Подготовка к лекциям 6.1.1: С: 531 – 576, выполнение домашних заданий 6.2.1: С. 252 – 263	Разбор решения конкретных примеров у доски и представле ние презен- таций		
Тема 13.2	Формула Грина на плоскости	2		2	3				
Тема 13.3	Поверхности	2		1	2				
Тема 13.4	Площадь поверхности	2		1	3				
Тема 13.5	Поверхностные интегралы	2		4	3				
Итого по разделу 13		12		12	14				
Раздел 14 Теория поля									
Тема 14.1	Вектор-функции	2		1	2	Подготовка к лекциям 6.1.1: С: 577– 594, выполнение			
Тема 14.2	Кривые	2		2	3				
Тема 14.3	Скалярные и векторные поля	2		2	3				

	Тема 14.4 Формула Остроградского-Гаусса	2		2	3	домашних заданий 6.2.1: С. 252 – 263				
	Тема 14.5 Формула Стокса	2		2	2					
	Итого по разделу 14	10		9	13					
	Раздел 15 Интегралы, зависящие от параметра									
	Тема 15.1 Собственные интегралы зависящие от параметра	2		2	2	Подготовка к лекциям 6.1.1: С: 661 – 704, выполнение домашних заданий 6.2.1: С. 246 – 250; 295-300.	Разбор решения конкретных примеров у доски и представле ние презентаци й			
	Тема 15.2 Несобственные интегралы зависящие от параметра. Равномерная сходимость несобственного интеграла по параметру	2		2	2					
	Тема 15.3 Эйлеровы интегралы	2		2	2					
	Тема 15.4 Интеграл Фурье	3		2	3					
	Тема 15.5 Преобразование Фурье	2		2	2					
	Тема 15.6 Элементы теории обобщенных функций	2		2	2					
	Тема 15.7 Асимптотические оценки интегралов	2		2	2					
	Итого по разделу 15	15		14	15					
	Итого по 3 семестру	51		51	56					
	ИТОГО ПО ДИСЦИПЛИНЕ	357		170	218					

5 ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.

5.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности

1) Примерная тематика контрольных работ:

Вычисление пределов;
Вычисление производных и дифференциалов;
Построение графиков функций;
Неопределенный интеграл;
Вычисление определенных интегралов;
Частные производные;
Экстремумы функций многих переменных;
Числовые ряды;
Функциональные ряды и ряды Фурье
Кратные интегралы
Криволинейные и поверхностные интегралы.
Теория поля
Интегралы зависящие от параметра

Пример заданий к контрольной работе

Вариант №0

1. Найти точки разрыва функции, исследовать их характер, в случае устранимого разрыва доопределить функцию по непрерывности

$$f(x) = |3x - 5| / (3x - 5)$$

2. Найти предел

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2}$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^{2x+1}$

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \left(\frac{1+x^2}{1-x^2} \right)}{15x^2}$

д) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^2} - e}{e - 1}$

Перечень вопросов, выносимых на промежуточные аттестацию

Полный перечень вопросов для подготовки к экзамену за 1 семестр:

1. Символы математической логики и их использование.
2. Понятие функции и способы их задания.
3. Основные элементарные функции и их графики.
4. Понятие числовой последовательности. Предел числовой последовательности.
5. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства.
6. Число e .
7. Предел функции в точке и на бесконечности.
8. Теоремы о пределах функции.
9. Первый и второй замечательные пределы.
10. Бесконечно малые функции, классификация бесконечно малые функции, классификация бесконечно малых.
11. Принцип замены функций эквивалентности.
12. Непрерывность основных элементарных функций.
13. Основные теоремы о непрерывных функциях.
14. Свойства функции непрерывных на замкнутом отрезке.
15. Понятие производной, ее геометрический и механический смысл.
16. Правила вычисления производной, таблица производных.
17. Логарифмическая производная, производная неявно заданной функции, производная параметрически заданной функции.
18. Дифференциал функции, его свойства и методы вычисления.
19. Инвариантность формы первого дифференциала.
20. Производные и дифференциалы высших порядков.
21. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
22. Правило Лопиталю.
23. Формула Тейлора.
24. Монотонность, экстремумы функции.
25. Направление выпуклости графика функции, точки перегиба.
26. Асимптоты графика функции.
27. Общая схема исследования функций и построение графиков.
28. Наибольшее и наименьшее значение функций на замкнутом отрезке и интервале.
29. Понятие первообразной и неопределенного интеграла.
30. Таблица интегралов. Свойства неопределенного интеграла.
31. Формула интегрирования по частям. Интегрирование заменой переменной.
32. Интегрирование рациональных функций.
33. Интегрирование иррациональных, тригонометрических функций.
34. Понятие о не берущихся интегралах.

Полный перечень вопросов для подготовки к экзамену за 2 семестр

1. Понятие определенного интеграла, его геометрический и механический смысл.
2. Теорема существования.
3. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем значении.
4. Определенный интеграл с переменным и верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Замена переменной в определенном интеграле. Формула интегрирования по частям.
6. Геометрические и физические изложения определенного интеграла.
7. Несобственные интегралы.
8. Понятие функции нескольких переменных.
9. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
10. Основные теоремы о непрерывных функциях.
11. Свойства функций непрерывных на замкнутом ограниченном множестве.
12. Частные производные функции нескольких переменных. Полный дифференциал.
13. Неявные функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

14. Частные производные высших порядков.
15. Формула Тейлора для функций многих переменных.
16. Как записывается формула Тейлора для функций нескольких переменных с остаточным членом в виде Лагранжа? При каких предположениях она справедлива?
17. Как записывается формула конечных приращений Лагранжа для функций многих переменных? При каких предположениях она справедлива?
18. Как записывается ряд Тейлора для функций многих переменных?
19. Какая точка называется точкой (строгого) локального максимума функции? Точкой (строгого) минимума?
20. Экстремумы функций многих переменных. Условный экстремум.
21. Как в терминах частных производных формулируются необходимые условия локального экстремума функции многих переменных?
22. Что называется стационарной точкой функции?
23. Как формулируются достаточные условия строгого локального максимума (минимума) в данной точке в терминах знакоопределенности второго дифференциала? Как в тех же терминах формулируется условие, достаточное для отсутствия локального экстремума в данной точке?
24. Как формулируется критерий Сильвестра для положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы?
25. Как формулируются достаточные условия строгого экстремума в терминах определителей, элементами которых являются частные производные второго порядка для функции n переменных? для функции двух переменных?
26. Какая точка называется точкой условного (относительного) локального экстремума функции относительно заданных уравнений связи?
27. При каких предположениях и в каком смысле задача о точках условного локального экстремума эквивалентна задаче о точках обычного локального экстремума?
28. Что можно сказать о линейной зависимости градиента функции в точке ее локального экстремума и градиентов функций, задающих уравнения связи в той же точке? Что можно добавить при дополнительном предположении о линейной независимости градиентов функций, задающих уравнение связи?
29. Какая функция называется функцией Лагранжа, соответствующей данной задаче об условном экстремуме функции?
30. Будет ли точка условного локального экстремума стационарной точкой функции Лагранжа, соответствующей данной задаче?
31. Понятие числового ряда, сходимость, сумма ряда.
32. Необходимые и достаточные признаки сходимости ряда.
33. Знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость, признак Лейбница.
34. Функциональные ряды, поточечная и равномерная сходимость.
35. Свойства равномерно сходящихся рядов.
36. Степенные ряды: радиус сходимости, свойства степенных рядов, разложение основных элементарных функций в степенные ряды.
37. Применение степенных рядов к вычислению функций, производных, пределов, определенных интегралов, решению дифференциальных уравнений.
38. Основная тригонометрическая система функций, ее свойства
39. Что называется рядом Фурье? Для каких функций имеет смысл говорить об их ряде Фурье?
39. Что характеризует ряды Фурье четных (нечетных) функций?
40. Найти коэффициенты равномерно сходящегося тригонометрического ряда с помощью его суммы.
41. Какая функция называется абсолютно интегрируемой?
42. Как ведут себя коэффициенты Фурье абсолютно интегрируемой функции, когда их номер стремится к бесконечности?
43. Чему равны пределы

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) \cos(\lambda x) dx, \quad \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) \sin(\lambda x) dx,$$
45. Для абсолютно интегрируемой на интервале (a, b) функции $f(x)$.

46. Что называется ядром Дирихле? Каковы его свойства?
47. Написать интегральные представления частных сумм ряда Фурье с помощью ядра Дирихле через интегралы по отрезкам $[-\pi, \pi]$ и $[0, \pi]$.
48. Написать асимптотическое интегральное представление частной суммы ряда Фурье в данной точке с помощью интеграла по окрестности этой точки.
49. Каковы достаточные условия сходимости ряда Фурье в данной точке в терминах односторонних производных?
50. Сходится ли, а если сходится, то к чему, ряд Фурье абсолютно интегрируемой на отрезке $[-\pi, \pi]$ функции в точках ее дифференцируемости?
51. Чему равна сумма ряда Фурье кусочно дифференцируемой функции?
52. Что называется суммированием ряда методом средних арифметических?
53. К чему суммируется сходящийся ряд методом средних арифметических?
54. Привести пример расходящегося ряда, суммируемого методом средних арифметических.
55. Можно ли равномерно на всей числовой прямой с любой точностью приблизить непрерывную 2π -периодическую функцию тригонометрическим многочленом?
56. В чем состоит теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной на отрезке функции тригонометрическими многочленами?

Полный перечень вопросов для подготовки к экзамену за 3 семестр

1. Что называется разбиением множества на измеримые по Жордану множества
2. Свойства кратных интегралов.
3. Теорема существования.
4. Сведения кратного интеграла к повторным.
5. Замена переменных.
6. Площадь поверхности.
7. Несобственные интегралы.
8. Конечно гладкая ориентированная кривая и криволинейный интеграл первого рода.
9. Интеграл от вектора вдоль кривой (криволинейный интеграл второго рода).
10. Поле потенциала.
11. Ориентация плоской области. Формула Грина.
12. Интеграл по поверхности первого рода.
13. Ориентация поверхности.
14. Система координат и ориентация поверхности.
15. Интеграл по ориентированной плоской области.
16. Поток вектора через ориентированную поверхность. Дивергенция.
17. Теорема Гаусса-Остроградского.
18. Соленоидальное поле.
19. Формула Стокса.
20. Как определяется равномерная сходимость семейства функций при стремлении параметра семейства к некоторому значению?
21. Какова связь равномерной сходимости семейства функций при стремлении параметра семейства к некоторому значению с равномерной сходимостью последовательностей функций семейства, соответствующих последовательностям значений параметра, сходящимся к указанному значению?
22. Каковы необходимые и достаточные условия равномерной сходимости семейства функций при стремлении параметра к некоторому значению в терминах существования предела у соответствующей вспомогательной функции одного переменного?
23. В чем состоит критерий Коши равномерной сходимости семейства функций, когда параметр семейства стремится к некоторому значению?
24. Какого вида интегралы называются интегралами, зависящими от параметра?
25. Каковы условия возможности предельного перехода под знаком собственного интеграла, зависящего от параметра, с постоянными пределами интегрирования в терминах равномерной сходимости семейства подынтегральных функций, зависящих от параметра?

26. Какова формула для дифференцирования интеграла, зависящего от параметра, с переменными пределами интегрирования? Укажите достаточные условия, при которых она справедлива.
27. Как формулируется критерий Коши равномерной сходимости интегралов?
28. Какие существуют связи между понятием равномерной сходимости интегралов и равномерной сходимости соответствующих рядов?
29. Каково правило интегрирования несобственного интеграла по параметру? Какие Вы знаете достаточные условия, при которых справедливо это правило?
30. Каковы достаточные условия справедливости правила Лейбница для несобственных интегралов, зависящих от параметра?
31. Как определяется интеграл Фурье заданной функции?
32. Каковы достаточные условия, которым должна удовлетворять функция для того, чтобы она была представима своим интегралом Фурье в данной точке? На всей оси?
33. Как видоизменяется интеграл Фурье для четной функции? Для нечетной функции? Для функции, определенной на положительной полуоси? Чему они равны и при каких условиях на функцию?
34. Как определяется интеграл в смысле главного значения?
35. Чему равен интеграл в смысле главного значения по всей числовой оси от нечетной функции, интегрируемой (в собственном или несобственном смысле) на любом конечном отрезке?
36. Как определяется производная и интеграл от комплекснозначной функции действительного аргумента?
37. Как записывается интеграл Фурье в комплексной форме?
38. Как определяются преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье?
39. Определено ли прямое и обратное преобразование Фурье для любой абсолютно интегрируемой функции?
40. На каком классе функций прямое и обратное преобразования.
41. Фурье являются взаимно обратными?

5.2. Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания

Для оценки знаний, умений, навыков и формирования компетенции по дисциплине применяется балльно-рейтинговая система контроля и оценки успеваемости обучающихся очной формы. Основные требования балльно-рейтинговой системы по дисциплине и шкала оценивания приведены в таблицах 5 - 8.

Таблица 5

Требования балльно-рейтинговой системы по дисциплине в первом семестре

Виды работ	Количество подвидов работы	Максимальные баллы за подвид работы				Сроки выполнения подвидов работы	Дополнительные баллы	Штрафные баллы
		1	2	3	4			
Контрольные работы	4	8	8	8	8	Каждый месяц	До +4 за 1 в срок сданную работу	За нарушение сроков До -4 за 1 работу
Расчетно-графические работы	1	7баллов				Конец семестра	До +4	До -4
Выполнение домашних заданий	34	По 1 балла за 1 работу				еженедельно	До +1 балла за 1 работу	До -1 балла за 1 работу
Посещение занятий (участие в обсуждениях задач)	68	До 0.25 балла за 1 неделю				еженедельно	Ответ у доски до +1 балла	По -1 баллу за 1 пропуск
Ответ на экзамене	1	10				январь		

Таблица 6

Требования балльно-рейтинговой системы по дисциплине во втором семестре

Виды работ	Количество подвидов работы	Максимальные баллы за подвид работы				Сроки выполнения подвидов работы	Дополнительные баллы	Штрафные баллы
		1	2	3	4			
Контрольные работы	4	9	9	9	9	Каждый месяц	До +2 за 1 работу	До -2 за 1 работу
Расчетно-графические работы	1	15 баллов				июнь	До +4	До -4
Выполнение домашних заданий	17	По 1 балла за 1 работу				еженедельно	До +1 балла за 1 работу	До -1 балла за 1 работу
Посещение занятий (упраж. + лекц.) и участие в обсуждениях задач	51	До 0.3 балла за 1 неделю				еженедельно	Ответ у доски до +1 балла	По -1 баллу за 1 пропуск
Ответ на экзамене	1	15				июнь		

Таблица 7

Требования балльно-рейтинговой системы по дисциплине в третьем семестре

Виды работ	Количество подвидов работы	Максимальные баллы за подвид работы				Сроки выполнения подвидов работы	Дополнительные баллы	Штрафные баллы
		1	2	3	4			
Контрольные работы	4	9	9	9	9	Каждый месяц	До +2 за 1 работу	До -2 за 1 работу
Расчетно-графические работы	1	15 баллов				декабрь	До +4	До -4
Выполнение домашних заданий	17	По 1 балла за 1 работу				еженедельно	До +1 балла за 1 работу	До -1 балла за 1 работу
Посещение занятий (упраж. + лекц.) и участие в обсуждениях задач	51	До 0.3 балла за 1 неделю				еженедельно	Ответ у доски до +1 балла	По -1 баллу за 1 пропуск
Ответ на экзамене	1	15				январь		

Критерии оценивания результата обучения по дисциплине и шкала оценивания

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения			
		Оценка «неудовлетворительно» / «не зачтено» 0-54% от тах рейтинговой оценки контроля	Оценка «удовлетворительно» / «зачтено» 55-70% от тах рейтинговой оценки контроля	Оценка «хорошо» / «зачтено» 71-85% от тах рейтинговой оценки контроля	Оценка «отлично» / «зачтено» 86-100% от тах рейтинговой оценки контроля
ОПК-1. Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ИОПК-1.1. Использует методы и понятия математического анализа при решении профессиональных задач и в инженерной практике	Изложение учебного материала бессистемное, неполное, не знает основ Математического анализа, не может использовать методы математического анализа в рамках поставленных целей и задач, что препятствует усвоению последующего материала	Фрагментарные, поверхностные знания по основам математического анализа. Изложение полученных знаний неполное, однако это не препятствует усвоению последующего материала. Допускаются отдельные существенные ошибки, исправленные с помощью преподавателя. Затруднения при формулировании основных положений и их применении	Знает материал на достаточно хорошем уровне; представляет основные задачи в рамках постановки целей и выбора оптимальных способов их достижения.	Имеет глубокие знания всего материала, понимает структуру дисциплины; освоил новации лекционного курса по сравнению с учебной литературой; изложение полученных знаний полное, системное; допускаются единичные ошибки, самостоятельно исправляемые при собеседовании

Критерии оценивания

Оценка	Критерии оценивания
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку «отлично» заслуживает обучающийся, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы.
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку «хорошо» заслуживает обучающийся, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки.
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	оценку «удовлетворительно» заслуживает обучающийся, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы.
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	оценку «неудовлетворительно» заслуживает обучающийся, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы.

6 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Учебная литература

6.1.1 **Тер-Крикоров А.М.** Курс математического анализа / А.М. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин: СПб.: Лань, 2008. - 432с. (ЭБС <https://e.lanbook.com/>).

6.1.2 **Бугров, Я.С.** Дифференциальное и интегральное исчисление: *учебник для вузов / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. - 2-е изд.; перераб. и доп. - М.: Наука, 1984. - 432с. - (Высшая математика).

6.1.3 **Бугров, Я.С.** Высшая математика. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного: *учебник для вузов / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. - 3-е изд.; испр. - М.: Наука, 1989. - 464с.

6.1.4 **Берман Г.Н.** Сборник задач по курсу математического анализа. М. Наука, 1969.- 439 с.

6.1.5 **Кузнецов Л.А.** Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты: Учебное пособие. - СПб.: Издательство «Лань», 2007.-240 с. (ЭБС <https://e.lanbook.com/>)

Библиотечный фонд укомплектован печатными изданиями из расчета не менее 0,25 экземпляра каждого из изданий, указанных выше на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих соответствующую дисциплину (модуль).

6.2. Методические указания, рекомендации и другие материалы к занятиям

6.2.1 **Сергеев, Ю.Г.** Математика знакомая и незнакомая: учебное пособие для вузов / Ю.Г. Сергеев, Н.М. Богословская, И.Ю. Харитонова. - Н.Новгород, 2011. - 126с.

6.2.2 **Богословская Н.М.** Вычисление пределов / Н.М. Богословская, Ю.Г. Сергеев, А.Н. Лобаев: учебное пособие для вузов. Н.Новгород, 2011. – 100 с.

6.2.3 **Неопределенный интеграл [Электронные текстовые данные]:** метод. указания по дисциплинам «Математика» и «Математический анализ» для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения/ ДПИ НГТУ; сост.: Н.М. Богословская, А.Н. Лобаев, И.Ю. Харитонова. –

Дзержинск, 2018. – 44 с.

6.2.4 Дифференциальное исчисление функций одной переменной [Электронные текстовые данные]: метод. указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения / ДПИ НГТУ; сост.: А.Ю. Латухин, Ю.А. Латухина.– Дзержинск, 2018. – 16 с.

6.2.5 Кратные интегралы [Электронные текстовые данные]: метод. указания по дисциплине «Математика» для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения / ДПИ НГТУ; сост.: Н.М. Богословская, А.Н. Лобаев, И.Ю. Харитонова.– Дзержинск, 2018. – 23 с.

6.2.6 Криволинейные интегралы [Электронные текстовые данные]: метод. указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения / ДПИ НГТУ; сост.: А.Ю. Латухин, Ю.А. Латухина. – Дзержинск, 2018. – 40 с.

6.2.7 Вычисление производных функций одного переменного [Электронные текстовые данные]: метод. указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения / ДПИ НГТУ; сост.: А.Ю. Латухин, Н.М. Богословская. – Дзержинск, 2018. – 24 с.

6.2.8 Определенный интеграл и его приложения [Электронные текстовые данные]: метод. указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения / ДПИ НГТУ; сост.: А.Ю. Латухин, Ю.А. Латухина. – Дзержинск, 2018. – 46 с.

6.2.9 Предел последовательности [Электронные текстовые данные]: метод. указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения / ДПИ НГТУ; сост.: А.Н. Лобаев, А.Ю. Латухин, Н.М. Богословская. – Дзержинск, 2018. – 27 с.

6.2.10 Поверхности второго порядка [Электронные текстовые данные]: метод. указания для обучающихся направлений подготовки 01.03.04, 09.03.02, 13.03.02, 15.03.02, 15.03.04, 18.03.01, 19.03.02, 23.03.03 всех форм обучения / ДПИ НГТУ; сост.: А.Ю. Латухин, Ю.А. Латухина. – Дзержинск, 2018. – 20 с.

6.2.11 Ряды: учебное пособие для вузов / Н.М. Богословская [и др.]; Нижегород. гос. техн. ун-т им. Р.Е. Алексеева. – Н.Новгород, 2020г.

7 ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебный процесс по дисциплине обеспечен необходимым комплектом лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства (состав по дисциплине определен в настоящей РПД и подлежит обновлению при необходимости).

7.1. Перечень информационных справочных систем

Дисциплина, относится к группе дисциплин, в рамках которых предполагается использование информационных технологий как вспомогательного инструмента. Информационные технологии применяются в следующих направлениях: при подготовке и оформлении отчетов о лабораторных работах, выполнении заданий для самостоятельной работы.

Таблица 9
Перечень электронных библиотечных систем

№	Наименование ЭБС	Ссылка к ЭБС
1	Консультант студента	http://www.studentlibrary.ru/
2	Лань	https://e.lanbook.com/

7.2. Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства, необходимого для освоения дисциплины

Таблица 10

Программное обеспечение

№ п/п	Программное обеспечение, используемое в университете на договорной основе	Программное обеспечение свободного распространения
1	Microsoft Windows 10 (подписка MSDN 700593597, подписка DreamSparkPremium, 19.06.19)	Adobe Acrobat Reader https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader.html
2	Microsoft office 2010 (Лицензия № 49487295 от 19.12.2011)	OpenOffice https://www.openoffice.org/ru/
3	Консультант Плюс	PTC Mathcad Express https://www.mathcad.com/ru

Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

В таблице 11 указан перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, к которым обеспечен доступ (удаленный доступ).

Таблица 11

Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем

№ п/п	Наименование профессиональной базы данных, информационно-справочной системы	Доступ к ресурсу (удаленный доступ с указанием ссылки/доступ из локальной сети университета)
1	2	3
1	База данных стандартов и регламентов РОССТАНДАРТ	https://www.gost.ru/portal/gost//home/standarts
2	Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем	https://cyberpedia.su/21x47c0.html
3	Инструменты и веб-ресурсы для веб-разработки – 100+	https://techblog.sdstudio.top/blog/instrumenty-i-veb-resursy-dlia-veb-razrabotki-100-plus
4	Справочная правовая система «КонсультантПлюс»	доступ из локальной сети

8 ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОВЗ

В таблице 12 указан перечень образовательных ресурсов, имеющих формы, адаптированные к ограничениям их здоровья, а также сведения о наличии специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования.

Таблица 12

Образовательные ресурсы для инвалидов и лиц с ОВЗ

№	Перечень образовательных ресурсов, приспособленных для использования инвалидами и лицами с ОВЗ	Сведения о наличии специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования
1	ЭБС «Консультант студента»	озвучка книг и увеличение шрифта
2	ЭБС «Лань»	специальное мобильное приложение - синтезатор речи, который воспроизводит тексты книг и меню навигации
3	ЭБС «Юрайт»	версия для слабовидящих

Согласно Федеральному Закону об образовании 273-ФЗ от 29.12.2012 г. ст. 79, п.8 "Профессиональное обучение и профессиональное образование обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляются на основе образовательных программ, адаптированных при необходимости для обучения указанных обучающихся". АОП разрабатывается по каждой направленности при наличии заявлений от обучающихся, являющихся инвалидами или лицами с ОВЗ и изъявивших желание об обучении по данному типу образовательных программ.

9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ, НЕОБХОДИМОЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Учебные аудитории для проведения занятий по дисциплине, оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

В таблице 13 перечислены:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения;
- помещения для самостоятельной работы обучающихся, которые оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ДПИ НГТУ.

Таблица 13

Оснащенность аудиторий и помещений для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

	Наименование аудиторий и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность аудиторий помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	1426 Аудитория для лекционных и практических занятий Нижегородская обл., г. Дзержинск, ул. Гайдара, д. 49		•

2	1234 Научно-техническая библиотека ДПИ НГТУ, студенческий читальный зал; Нижегородская обл., г. Дзержинск, ул. Гайдара, д. 49	Комплект демонстрационного оборудования: ПК, с выходом на мультимедийный проектор, на базе Intel Pentium G4560 3.5 ГГц, 4 Гб ОЗУ, монитор 20' – 1 шт. Мультимедийный проектор Epson- 1 шт; Экран – 1 шт.; Набор учебно-наглядных пособий	<ul style="list-style-type: none"> • Microsoft Windows 10 Домашняя (поставка с ПК) • LibreOffice 6.1.2.1. (свободное ПО) • Foxit Reader (свободное ПО); • 7-zip для Windows (свободное ПО)
3	1443а компьютерный класс - помещение для СРС, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), Нижегородская обл., г. Дзержинск, ул. Гайдара, д. 49	<ul style="list-style-type: none"> • ПК на базе Intel Celeron 2.67 ГГц, 2 Гб ОЗУ, монитор Acer 17' – 4 шт. ПК подключены к сети «Интернет» и обеспечивают доступ в электронную информационно-образовательную среду университета 	<ul style="list-style-type: none"> • Microsoft Windows 7 (подписка DreamSpark Premium) • Apache OpenOffice 4.1.8 (свободное ПО); • Mozilla Firefox (свободное ПО); • Adobe Acrobat Reader (свободное ПО); • 7-zip для Windows (свободное ПО); • КонсультантПлюс (ГПД № 0332100025418000079 от 21.12.2018);

10 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ОБУЧАЮЩИМСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

10.1. Общие методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины, образовательные технологии

Дисциплина реализуется посредством проведения контактной работы с обучающимися (включая проведение текущего контроля успеваемости), самостоятельной работы обучающихся и промежуточной аттестации.

Контактная работа: аудиторная, внеаудиторная, а также может проводиться в электронной информационно-образовательной среде университета (далее - ЭИОС).

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

- знакомство с материалами лекций и презентациями в среде MOODLE;
- проведение консультаций в конференциях Zoom;
- балльно-рейтинговая технология оценивания;

При преподавании дисциплины «Математический анализ», используются современные образовательные технологии, позволяющие повысить активность обучающихся при освоении материала курса и предоставить им возможность эффективно реализовать часы самостоятельной работы.

Все вопросы, возникшие при самостоятельной работе над домашним заданием, подробно разбираются на практических занятиях и лекциях. Проводятся индивидуальные и групповые консультации с использованием как встреч с обучающимися, так и современных информационных технологий (электронная почта, Zoom).

Весь лекционный материал курса находится в свободном доступе системе MOODLE, что дает возможность обсудить материал со студентами во время чтения лекций. На лекциях и практических занятиях приветствуются вопросы и обсуждения, используется лично-ориентированный подход, технология работы в малых группах, что позволяет

обучающимися проявить себя, получить навыки самостоятельного изучения материала, выровнять уровень знаний в группе.

Все вопросы, возникшие при самостоятельной работе над домашним заданием, подробно разбираются на практических занятиях и лекциях. Проводятся индивидуальные и групповые консультации с использованием как встреч с обучающимися, так и современных информационных технологий (электронная почта, ZOOM).

Иницируется активность обучающихся, поощряется задание любых вопросов по материалу, практикуется индивидуальный ответ на вопросы обучающегося, рекомендуются методы успешного самостоятельного усвоения материала в зависимости от уровня его базовой подготовки.

Для оценки знаний, умений, навыков и уровня сформированности компетенции применяется балльно-рейтинговая система контроля и оценки успеваемости обучающихся в процессе текущего контроля.

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена с учетом текущей успеваемости.

Результат обучения считается сформированным на повышенном уровне, если теоретическое содержание курса освоено полностью. При устных собеседованиях обучающийся исчерпывающе, последовательно, четко и логически излагает учебный материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами заданий, использует в ответе дополнительный материал. Все предусмотренные рабочей учебной программой задания выполнены в соответствии с установленными требованиями, обучающийся способен анализировать полученные результаты, проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

Результат обучения считается сформированным на пороговом уровне, если теоретическое содержание курса в основном освоено. При устных собеседованиях обучающийся последовательно излагает учебный материал; при затруднениях способен после наводящих вопросов продолжить обсуждение, справляется с задачами, вопросами и другими видами заданий, требующих применения знаний; все предусмотренные рабочей учебной программой задания выполнены в соответствии с установленными требованиями, обучающийся способен анализировать полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий

Результат обучения считается несформированным, если обучающийся при выполнении заданий не демонстрирует знаний учебного материала, допускает ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет задания, не демонстрирует необходимых умений, качество выполненных заданий не соответствует установленным требованиям, качество их выполнения оценено числом баллов ниже трех по оценочной системе, что соответствует допороговому уровню.

10.2. Методические указания для занятий лекционного типа

Лекционный курс предполагает систематизированное изложение основных вопросов тематического плана. В ходе лекционных занятий раскрываются базовые вопросы в рамках каждой темы дисциплины (таблица 4). Обозначаются ключевые аспекты тем, а также делаются акценты на наиболее сложные и важные положения изучаемого материала. Материалы лекций являются опорной основой для подготовки обучающихся к практическим занятиям и выполнения заданий самостоятельной работы, а также к мероприятиям текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

10.3. Методические указания по освоению дисциплины на практических занятиях

Подготовку к каждому практическому занятию обучающийся должен начать с ознакомления с рекомендуемой литературой (таблица 4), которая отражает содержание

предложенной темы. Каждая самостоятельно выполненная работа по индивидуальному варианту подлежит проверке преподавателем.

При оценивании лабораторных работ учитывается следующее:

- качество выполнения расчетов и степень соответствия результатов работы заданным требованиям;
- целесообразность использования изученных методов;
- качество комментариев к решению.

10.4. Методические указания по самостоятельной работе обучающихся

Самостоятельная работа обеспечивает подготовку обучающихся к аудиторным занятиям и мероприятиям текущего контроля и промежуточной аттестации по изучаемой дисциплине. Результаты этой подготовки проявляются в активности обучающихся на занятиях и в качестве выполненных заданий для самостоятельной работы и других форм текущего контроля.

При выполнении заданий для самостоятельной работы рекомендуется проработка материалов лекций по каждой пройденной теме, а также изучение рекомендуемой литературы, представленной в Разделе 6.

В процессе самостоятельной работы при изучении дисциплины обучающиеся могут работать на компьютере в специализированных аудиториях для самостоятельной работы (таблица 13). В аудиториях имеется доступ через информационно-телекоммуникационную сеть «Интернет» к электронной информационно-образовательной среде университета (ЭИОС) и электронной библиотечной системе (ЭБС), где в электронном виде располагаются учебные и учебно-методические материалы, которые могут быть использованы для самостоятельной работы при изучении дисциплины.

11 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

11.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта в ходе текущего контроля успеваемости

Для текущего контроля знаний обучающихся по дисциплине проводится **комплексная оценка знаний**, включающая

- проведение контрольных работ;
- выполнение заданий для самостоятельной работы;
- экзамены за 1, 2 и 3 семестры.

11.1.1. Типовые задания для контрольных работ

По завершении изучения каждого раздела дисциплины проводятся контрольные работы.

Контрольная работа по теме: Предел и непрерывность функции

$$1. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\arcsin 3x}; \quad 2. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{1/x} - 1).$$

$$3. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 2 \sin x - e^{-x}}{x - \sin x}; \quad 4. \quad \lim_{x \rightarrow a} \left[(a^2 - x^2) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2a} \right].$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3},$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln^3 x.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \sin x};$$

Контрольная работа по теме: Производная и ее приложения

$$a) \quad y = \operatorname{ctg}(\ln^3(\cos 2x)); \quad б) \quad y = \frac{2^{\cos x} \sqrt[3]{2 - \sin x} \operatorname{tg}^2 x}{\sqrt{\ln^3 x} \sin^2(1+x)}.$$

$$\operatorname{tg}(xy) - e^{xy} = -x^3, \quad y'_x = ?$$

$$\begin{cases} x = \ln^2(1+t) \\ y = \cos(\operatorname{tg} t) \end{cases}, \quad x'_y = ?$$

Построить график функции $y = \sqrt[3]{x^2} - x$

Контрольная работа по теме: Неопределенный интеграл

Вычислить интегралы:

$$1. \int \frac{\sqrt{x} + \ln x^2}{x} dx;$$

$$2. \int \ln^2 x dx;$$

$$3. \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + x + 2}} dx;$$

$$4. \int \frac{(x^2 - 3x + 2)}{x(x^2 + 2x + 1)} dx;$$

$$5. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 2x - 1}};$$

$$6. \int \frac{\sqrt{1 + \sqrt{x}}}{x^4 \sqrt{x^3}} dx;$$

$$7. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4 - x^2}};$$

$$8. \int x\sqrt{x^2 - 4} dx;$$

$$9. \int \frac{dx}{3\sin x + 4\cos x};$$

$$10. \int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x}.$$

Определенный интеграл

Вычислить определенный интеграл:

$$a) \int_0^4 \frac{dx}{4 + \sqrt{2x + 1}};$$

$$б) \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{xdx}{\sin^2 x}.$$

2. Найти площадь части гиперболы $xy = 3$, отсекаемой от нее прямой $x + y - 4 = 0$.

3. Найти объем тела, образованного вращением кривой $r = a \sin^2 \varphi$ вокруг полярной оси.
 4. Вычислить несобственные интегралы (или установить их расходимость):

а). $\int_1^{+\infty} \frac{1+2x}{x^2(1+x)} dx;$ б). $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+x^4}.$

Контрольная работа по теме: Функции многих переменных

1. Найти частные производные по переменным x и y

а) $z = \ln^3 \left(\operatorname{tg} \frac{x}{y} \right);$
 б) $x^3 + 2y^3 + z^3 - 3xyz - 2y + 3 = 0.$

2. Найти производную функции $z = x^3 - 2x^2y + xy^2 + 1$ в точке $M(1; 2)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(4; 6).$

3. Найти $\operatorname{grad} z$ в точке $(2; 1)$, если $z = x^3 + y^3 - 3xy.$

4. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0$ в точке $(1; 2; -1).$

5. Определить наибольшие и наименьшие значения функции $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ в области: $x \geq 1; y \geq 1; x + y \leq 6.$

Контрольная работа по теме: Экстремумы функций многих переменных

1. Найти частные производные по переменным x и y

а) $z = (xy)^{\sin \frac{y}{x}};$
 б) $2x^2 + 2y^2 + z^2 - 8xz - z + 8 = 0.$

2. Найти производную функции $z = \operatorname{arctg}(xy)$ в точке $P(1; 1)$ в направлении биссектрисы первого координатного угла.

3. Найти $\operatorname{grad} z$ в точке $(1; 2)$, если $z = x^2 - 2xy + 3y - 1.$

4. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $4 + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = x + y + z$ в точке $(2; 3; 6).$

5. Определить наибольшие и наименьшие значения функции $z = 4x^2y - 2x^3y - 2x^2y^2$ в области: $x \geq 0; y \geq 0; x + y \leq 6.$

Контрольная работа по теме: Числовые ряды и Функциональные ряды

15. Исследовать на сходимость

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^2};$ 2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(3n-1) \ln n};$
 3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \frac{1}{n} \right);$ 4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \pi n}{n\sqrt{n}}.$

16. Определить область сходимости степенного ряда:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(4n-1)2^n} (x+2)^n;$ 2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n+4) \ln(n+4)};$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{(2n-1)4^n}.$$

17. Определить область сходимости степенного ряда:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-3)^n}{(2n+1)4^n}; \quad 2. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n2^n \ln n};$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{2n \cdot 4^n}.$$

18. Пусть функция $f(x)$ ограничена. Доказать, что для того, чтобы $f(x) \in R[a; b]$ необходимо и достаточно, чтобы для любого $\varepsilon > 0$ и любого $\delta > 0$ множество точек отрезка $[a; b]$, в которых $f(x)$ имеет колебание больше, чем ε , можно было покрыть конечным числом интервалов, сумма длин которых меньше δ (критерий Дюбуа-Реймона).

19. Исследовать на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1}\right)^{2n-1} \sqrt[n]{\frac{n+1}{n}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[3]{n+3} - \sqrt[3]{n})^3 \sqrt{\ln^2 \left(\cos \frac{1}{n}\right)}$$

20. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n}-1}{\sqrt{n}} \ln\left(1 + \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^3}}\right)$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{4}}{n \ln n - \sqrt{\ln^3 n}}$$

21. Определить область абсолютной и условной сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 + (-1)^n}{n} x^n$$

22. Исследовать на равномерную сходимость:

$$f_n(x) = 1 - x^{\frac{1}{2n}}, \quad (0 < x < 1)$$

$$f_n(x) = nx(1-x)^n, \quad (0 \leq x \leq 1)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x}{n^2 + x}, \quad (0 < x < +\infty)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^x} \sin \frac{1}{\sqrt{n}}, \quad (0 \leq x < +\infty)$$

23. Исследовать на непрерывность:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n e^{-nx}, \quad (x > 0)$$

24. Вычислить сумму ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(n+2)x^n$$

25. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(e^n + n^2)}{n^2 \ln^2(n+1)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n} + \frac{(-1)^n}{2\sqrt[4]{n}}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \operatorname{arctg}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{\frac{\cos n}{\sqrt{n}}} - 1\right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{\sqrt{n} + \sin n}$$

26. Исследовать функциональный ряд на равномерную сходимость на множестве $X = (0,1)$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(x\sqrt{\ln n})e^{-x\sqrt{n}}}{\sqrt{n+x}}.$$

27. Найти радиус сходимости и исследовать на абсолютную и условную сходимость в конечных точках:

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{\ln \ln n}{n^\alpha + \cos n} x^n, \forall \alpha$$

29. Исследовать бесконечное произведение на абсолютную и условную сходимость:

$$\prod_{n=2}^{+\infty} \left(1 + \frac{\sin^2 n}{n^\alpha}\right), \forall \alpha.$$

29. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \operatorname{tg} \left(\frac{n^4 + 1}{n^4 - 1}\right) \ln \left(\frac{n^\alpha + 1}{n^\alpha - 1}\right), \forall \alpha.$$

$$\sum_{n=10}^{+\infty} \frac{\cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)}{(\ln n)^p + 2 + \sin\left(\frac{\pi n}{3}\right)}, \forall p.$$

30. Исследовать функциональный ряд на равномерную сходимость на множестве $X = (0,1)$:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\sin(x \ln n)}{\sqrt[3]{n} + \cos x} e^{-xn^{1/3}}$$

Контрольная работа по теме: Кратные интегралы

Вычислить интегралы.

1. От двойного интеграла $\iint_G f(x; y) dx dy$ перейти к повторному. Область G задана

уравнениями границ. $G: x + y = \pm 1, x - y = \pm 1$.

2. Записать сумму повторных интегралов в виде двойного и нарисовать множество интегрирования

$$\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{2y-y^2}}^y f(x; y) dx + \int_1^2 dy \int_{-\sqrt{2y-y^2}}^{\sqrt{2y-y^2}} f(x; y) dx.$$

3. Изменить порядок интегрирования в повторных интегралах $\int_{-6}^2 dx \int_{x^2/4-1}^{2-x} f(x; y) dy$.

4. Вычислить двойные интегралы

а) $\iint_G \frac{y}{x^2} dx dy, \quad G = \{0 < x, \quad x^3 \leq y \leq x^2\};$

б) $\iint_G \cos(\pi\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy, \quad G = \{x^2 + y^2 < 1\}.$

5. Криволинейный интеграл по замкнутому контуру L , пробегаемому в положительном направлении,

вычислить с помощью формулы Грина

$$\oint_L (-x^2 y) dx + xy^2 dy,$$

где L – окружность $x^2 + y^2 = R^2$.

6. Найти площадь части поверхности цилиндра $x^2 + z^2 = a^2$, вырезаемой цилиндром $y^2 = a(a - x)$.

7. Вычислить двойным интегралом объем тела, ограниченного заданными поверхностями $2z = 2 - x - y, \quad y = x^2, \quad y = x, \quad z = 0$.

1. $\iiint_V 2y^2 e^{xy} dx dy dz; \quad V \begin{cases} x = 0, y = 1, y = x, \\ z = 0, z = 1. \end{cases}$

2. $\iiint_V z\sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz,$ где область V задана неравенствами $0 \leq x \leq 2,$
 $0 \leq y \leq \sqrt{2x - x^2}, \quad 0 \leq z \leq a.$

Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями

1. $y = 16\sqrt{2x}, \quad y = \sqrt{2x}, \quad z = 0, \quad x + z = 2.$

2. $x^2 + y^2 + 2\sqrt{2}y = 0, \quad z = x^2 + y^2 - 4, \quad z = 0 (z \geq 0).$

Найти объем тела, заданного неравенствами

$$4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 64, \quad z \leq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}, \quad -x/\sqrt{3} \leq y \leq 0.$$

Контрольная работа по теме: Криволинейные и поверхностные интегралы

Вычислить криволинейные интегралы:

1. $\int_L e^{\sqrt{x^2 + y^2}} dl,$ где L – границы кругового сектора

$\{(r, \varphi): 0 \leq r \leq a, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/4\},$ r и φ – полярные координаты.

2. $\int_L (x^2 + y^2) dx + (x^2 - y^2) dy,$ где L – кривая $y = 1 - |1 - x|, \quad 0 \leq x \leq 2.$

Доказать, что под интегральное выражение является полным дифференциалом, и вычислить криволинейный интеграл

$$\int_{AB} (x^4 + 4xy^3) dx + (6x^2y^2 - 5y^4) dy, \quad \text{где } A(-2; -1), \quad B(3; 0).$$

Найти функцию по ее полному дифференциалу $du = 4(x^2 - y^2)(xdx - ydy).$

Найти работу силы F при перемещении вдоль линии L от точки M к точке N .

$$F = (x^2 + 2y) \mathbf{i} + (y^2 + 2x) \mathbf{j}, \quad L: 2 - \frac{x^2}{8} = y. \quad M(-4, 0), \quad N(0, 2).$$

Найти работу векторного поля \vec{F} при перемещении вдоль γ от точки A к точке B .

$$1. \quad \vec{F} = z\vec{i} + 2y\vec{j} - x\vec{k}, \quad \gamma: \begin{cases} y - z = 1 \\ x^2 + y = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \mathbf{A}(1, -1, -2) \\ \mathbf{B}(0, 0, -1) \end{matrix}$$

$$2. \quad \vec{F} = (x + y + z)\vec{i} + x\vec{j} + z\vec{k}, \quad \gamma: \begin{cases} z = \sin y \\ x + y + z = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} \mathbf{A}(1, 0, 0) \\ \mathbf{B}\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, 1\right) \end{matrix}$$

Вычислить интеграл скалярного поля f по поверхности S

$$3. \quad f = y^2 + z^2 \quad S: x^2 + y^2 + z^2 = 4$$

$$4. \quad f = \sqrt{x^2 + y^2} \quad S: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{9} = 0, \quad 0 \leq z \leq 3$$

Найти поток векторного поля через границу области, ограниченной указанными поверхностями, в направлении внешней нормали.

$$1) \quad \vec{F} = z \cdot \vec{i} + x \cdot \vec{j} - z \cdot \vec{k}; \quad S_1: x^2 + y^2 = 4z; \quad S_2: z = 1$$

$$2) \quad \vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}; \quad S_1: x^2 + y^2 = 1; \quad S_2: x^2 + y^2 = |z|$$

Контрольная работа по теме: Теория поля

1. Найти поток векторного поля через заданную поверхность

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} - 3z\vec{k};$$

через внешнюю поверхность параболоида $z = x^2 + y^2$, отсеченного плоскостью $z = 4$.

2. С помощью формулы Гаусса-Остроградского вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M)$ через замкнутую поверхность σ указанного тела V

$$\vec{a} = y^2\vec{j} + x^2\vec{k}; \quad V = \{y + z \leq 1 - x^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}.$$

3. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}(M)$ по заданному контуру L , пробегаемому в положительном направлении (по формуле Стокса)

$$\vec{a} = y^2\vec{i} + xy\vec{j} + (x^2 + y^2)\vec{k}; \quad L = \{x^2 + y^2 = Rz, x = 0, y = 0, z = R\}.$$

4. Установить потенциальность указанного поля $a = a(M)$ и найти его потенциал

$$\vec{a} = (3yz + x^2)\vec{i} + (2y^2 + 3xz)\vec{j} + (z^2 + 3xy)\vec{k}.$$

5. Проверить соленоидальность указанного поля и вычислить векторный потенциал

$$\vec{a} = 2y\vec{i} - z\vec{j} + 2x\vec{k}.$$

Контрольная работа по теме: Интегралы, зависящие от параметра

I. Разложить в ряд Фурье функцию заданную на интервале $(-\pi; \pi)$ и построить график

$$\text{суммы ряда } f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi < x < 0 \\ 2x, & 0 \leq x < \pi. \end{cases}$$

II. Разложить в ряд Фурье по косинусам и по синусам функцию, заданную на полупериоде и построить графики соответствующих сумм:

$$f(x) = 2 - x, \quad x \in (0; 2).$$

I. Разложить в ряд Фурье функцию заданную на интервале $(-\pi; \pi)$ и построить график

$$\text{суммы ряда } f(x) = \cos \frac{x}{2}; \quad x \in (-\pi; \pi).$$

II. Разложить в ряд Фурье по косинусам и по синусам функцию, заданную на полупериоде и построить графики соответствующих сумм:

$$f(x) = \begin{cases} -1, & 0 < x < 1 \\ 0, & 1 \leq x < 2. \end{cases}$$

1. Решить интегральные уравнения Вольтерра 2 рода

$$x(t) = \sin t + 2 \int_0^t \cos(t-\tau)x(\tau)d\tau.$$

$$\int_0^t e^{2(t-\tau)}x(\tau)d\tau = t^2e^t.$$

2. Вычислить несобственный интеграл

$$\int_0^{+\infty} t^3 e^{-4t} dt \quad (a, b < 0, \mu > 0)$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{at} - e^{bt}}{t} \sin \mu t dt \quad (a, b < 0, \mu > 0)$$

11.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта в ходе промежуточной аттестации по дисциплине

Форма проведения промежуточной аттестации по дисциплине: экзамен (по результатам накопительного рейтинга или в форме компьютерного тестирования).

11.2.1. Типовые практические задания к экзамену за 1-й семестр:

1. Вычислить производные:

а) $y = \operatorname{ctg}(\ln^3(\cos 2x))$; б) $y = \frac{2^{\cos x} \sqrt{2 - \sin x} \operatorname{tg}^2 x}{\sqrt{\ln^3 x} \sin^2(1+x)}.$

2. Найти пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\arcsin 3x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{1/x} - 1).$

3. Исследовать функцию и построить график: $y = \frac{1}{1-x^2}.$

4. Вычислить интегралы:

а) $\int \sin(\ln x) \frac{dx}{x}$; б) $\int \ln(4x^2 + 1) dx$;

в) $\int \frac{(3x-2)dx}{x^2 - 4x + 5}.$

г) $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin 2x dx}{1 + \cos^2 x}$; д) $\int_0^1 x e^{3x} dx.$

11.2.2. Типовые практические задания к экзамену за 2-й семестр:

Вычислить интегралы:

2. $\int \frac{(2x+4)dx}{\sqrt{2+3x-2x^2}}$. 3. $\int \frac{dx}{4\cos x + 3\sin x + 5}$. 4. $\int_3^8 \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1} dx$.
5. $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$; 6. $\int_2^4 \frac{dx}{\sqrt{6x-x^2-8}}$.
6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $y = 3 - 2x$, $y = x^2$.
7. Вычислить z'_x и z'_y , если $z = \ln^3(\operatorname{ctg} \frac{x}{y})$.
8. Найти $\operatorname{grad} u$ в т. $(4; 2; 2)$, если $u = e^{\frac{yz}{x}}$.
9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(4n-1)2^n} (x+2)^n$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n+4)\ln(n+4)}$
10. Исследовать функциональный ряд на равномерную сходимость на множестве $X = (0,1)$:
 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(x\sqrt{\ln n})e^{-x\sqrt{n}}}{\sqrt{n+x}}$.

11.2.3. Типовые практические задания к экзамену за 3-й семестр:

Вычислить криволинейные интегралы:

1. $\int_L e^{\sqrt{x^2+y^2}} dl$, где L – границы кругового сектора
 $\{(r, \varphi): 0 \leq r \leq a, 0 \leq \varphi \leq \pi/4\}$, r и φ – полярные координаты.
2. $\int_L (x^2 + y^2) dx + (x^2 - y^2) dy$, где L – кривая $y = 1 - |1 - x|$, $0 \leq x \leq 2$.
3. Доказать, что подынтегральное выражение является полным дифференциалом, и вычислить криволинейный интеграл

$$\int_{AB} (x^4 + 4xy^3) dx + (6x^2y^2 - 5y^4) dy, \text{ где } A(-2; -1), B(3; 0).$$

4. Вычислить двойной интеграл $\iint_G \frac{y}{x^2} dx dy$, $G = \{0 < x, x^3 \leq y \leq x^2\}$;
5. Вычислить интеграл $\iiint_V 2y^2 e^{xy} dx dy dz$; $V \begin{cases} x = 0, y = 1, y = x, \\ z = 0, z = 1. \end{cases}$
6. Вычислить двойным интегралом объем тела, ограниченного заданными поверхностями $2z = 2 - x - y$, $y = x^2$, $y = x$, $z = 0$.
7. Вычислить интеграл скалярного поля f по поверхности S

1. $f = y^2 + z^2$ $S: x^2 + y^2 + z^2 = 4$

2. $f = \sqrt{x^2 + y^2}$ $S: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{9} = 0, 0 \leq z \leq 3$

8. Найти поток векторного поля через заданную поверхность

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} - 3z\vec{k};$$

через внешнюю поверхность параболоида $z = x^2 + y^2$, отсеченного плоскостью $z = 4$.

9. С помощью формулы Гаусса-Остроградского вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M)$ через замкнутую поверхность σ указанного тела V

$$\vec{a} = y^2 \vec{j} + x^2 \vec{k}; \quad V = \{y + z \leq 1 - x^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}.$$

10. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a}(M)$ по заданному контуру L , пробегаемому в положительном направлении (по формуле Стокса)

$$\vec{a} = y^2 \vec{i} + xy \vec{j} + (x^2 + y^2) \vec{k}; \quad L = \{x^2 + y^2 = Rz, x = 0, y = 0, z = R\}.$$

11. Установить потенциальность указанного поля $a = a(M)$ и найти его потенциал

$$\vec{a} = (3yz + x^2) \vec{i} + (2y^2 + 3xz) \vec{j} + (z^2 + 3xy) \vec{k}.$$